

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2024



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x+3)}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}$$

Dominio	$E = (-3, 1) \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = (-2, 1) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(0; (\log 3) / 2)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 4x - 1} - 3x + 2)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 \cdot \log(x-2)}{x^2 - 4x + 3}$

Soluzioni	8/3; 9/2
-----------	----------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2}{2x^3 + 2}$

Derivata prima	$f' = \frac{x \cdot (2 - x^3)}{2(x^3 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R} / \{-1\}$
Estremi	$m(0; 0) \quad M(\sqrt[3]{2}; \sqrt[3]{4} / 6)$ cresce in $(0, \sqrt[3]{2})$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot e^{\frac{x}{2} + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2} + 1} \cdot (x + 2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{1}{4} e^{\frac{x}{2} + 1} \cdot (x + 4)$
Insieme di convessità Flessi	$F(-4; -4/e) \quad \text{convessa in } (-4, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 3x^2 + 2}}{x^2 - 4}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 2\}$
As. verticali	$x = -2; x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{5x-1}{3x+2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log \left(\frac{x}{3} + 2 \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{9}(15x - 13 \log(3x+2))$ $\frac{5}{3} - \frac{13}{9} \log \left(\frac{5}{2} \right) \approx 0,3431$
Integrale indefinito	$x \cdot \log \left(\frac{x}{3} + 2 \right) - x + 6 \log(x+6) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ k \cdot x + k \cdot y + 2z = -2 \\ 2x + 2y + k \cdot z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; 2$: incompatibile $k \neq -2; 2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k^2 - 7k + 6}{k^2 - 4}; y = \frac{4k^2 + 5k - 8}{k^2 - 4}; z = \frac{k + 4}{k^2 - 4}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 2x \cdot y - 2x + 4y^2 + 4y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x - 2y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 2y - 2 \quad f_y = 2x + 8y + 4$
Estremi liberi	$m(2; -1) \quad z = -5 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$m(1; -1/2) \quad \lambda = -1 \quad z = -4$ $H = -24$

Domande teoriche.

- 1) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)
- 2) Legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 4*)
- 3) Il teorema della media nel calcolo integrale con esempio (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*